ANEXO III

ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO APLICADO À COLETA DE RESÍDUOS SÓLIDOS DOMICILIARES NO MUNICÍPIO DE MARAU – RS

1. INTRODUÇÃO

Serviços do setor público, como varredura de ruas, coleta de lixo, roteamento de carteiros, inspeção de linhas de água, eletricidade ou gás, são realizados a partir da utilização de recursos humanos em grande escala, visto que, para a execução dessas tarefas é necessário haver a percorrida ao longo dos trechos trabalhados. Neste sentido, a proposta do presente estudo relaciona-se ao cálculo ótimo das distâncias a serem percorridas na zona urbana do município de Marau no que se refere à coleta de resíduos sólidos urbanos.

2. OBJETIVOS

Os objetivos do presente estudo são:

a) estabelecer as distâncias ótimas a serem percorridas durante a coleta de resíduos sólidos urbanos dentro das seis zonas de coleta na área urbana do município, estabelecidas pelo Departamento de Meio Ambiente da Prefeitura de Marau;

b) determinar o roteiro a ser percorrido pelo veículo coletor para realizar coleta seletiva de resíduos considerando os postos de combustíveis existentes na zona urbana como pontos recebedores dos resíduos

c) estabelecer as distâncias totais dentro das nove zonas de coleta de resíduos na zona rural do município.

3. METODOLOGIA

A coleta de lixo porta a porta de uma cidade utilizando caminhões pode ser considerada um problema de cobertura de arcos, pois as ruas representam os arcos, os cruzamentos de ruas, os nós e a área de influência seria o grafo completo. Os caminhões têm que percorrer todas as ruas (arcos) de sua área de influência, coletando o lixo das casas. Como esses veículos devem obedecer às regras de trânsito, e as ruas podem ter sentido único ou mão dupla, o grafo pode ser considerado misto no que tange à orientação (sentido) dos arcos.

Dentre os principais problemas de cobertura de arcos conhecidos na literatura, destaca-se o Problema do Carteiro Chinês que, de acordo com a natureza da rede, classifica-se em: Problema do Carteiro Chinês Não Direcionado (quando não são levadas em consideração as regras de trânsito na composição da rede ou todas as ruas são consideradas de mão dupla), o Problema do Carteiro Chinês Direcionado (quando todos os arcos da rede seguem um único sentido, ou seja, todas as ruas são consideradas de mão única) e o Problema do Carteiro Chinês Misto (ambas as situações).

Dessa forma, pode-se definir o Problema do Carteiro Chinês Misto tomando-se um vértice $i \in V$, onde d_i^- (grau de entrada) representará o número de arcos que entram em i, d_i^+ (grau de saída) representará o número de arcos que deixam i e d_i (grau) o número de arcos e arestas incidentes em i.

Uma condição que deve ser ressaltada para o Problema do Carteiro Chinês é a de que o grafo que representa a rede devera ser *euleriano*, ou seja, um grafo conectado onde exista um caminho contendo cada arco exatamente uma vez e cada vértice ao menos uma vez.

Portanto, ao considerar-se então um dado grafo *G* fortemente conectado, com custos não negativos associados a seus arcos, o Problema do Carteiro Chinês consiste em encontrar uma rota de custo mínimo (caminho fechado) atravessando, ao menos uma vez, todo o arco ou aresta de *G*.

Se um grafo *G* (direcionado, não direcionado ou misto) for *euleriano* existe uma rota passando por cada ligação de *G* exatamente uma vez. Obviamente, esta rota será ótima e poderá ser facilmente encontrada, podendo neste caso o próprio *G* ser considerado uma resposta para o Problema do Carteiro Chinês. Por outro lado se um grafo (direcionado, não direcionado ou misto) não é *euleriano*, o Problema do Carteiro Chinês passa a ser formulado como um problema cujo objetivo é encontrar um conjunto de cópias de ligações com o menor custo, tal que, quando adicionadas à *G* um grafo *euleriano* seja obtido.

Assim, o grafo aumentado formado por *G* mais as cópias das ligações adicionadas, pode ser considerado como a solução do problema, portanto, para se resolver o Problema do Carteiro Chinês deve-se encontrar o número de arcos e arestas de custo mínimo que irão aumentar *G* de maneira conveniente, transformando-o em um grafo *euleriano*.

Uma das formas de se determinar esse aumento de menor custo nos grafos de forma exata mais amplamente aplicadas, tem sido através da utilização de Programação Linear Inteira, onde o Problema do Carteiro Chinês em sua forma clássica pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{s \in A \cup \breve{E} \cup \hat{E}} c_s x_s \qquad (1)$$

Sujeito à:

$$y'_e + y'_{\tilde{e}} \geq 1 \qquad \forall e \in E \qquad (2)$$

$$x_s = y'_s + y_s \qquad \forall s \in A \cup \breve{E} \cup \hat{E} \qquad (3)$$

$$\sum_{s \in \partial^+(v)} x_s - \sum_{s \in \partial^-(v)} x_s = 0 \qquad \forall v \in V \qquad (4)$$

$$y'_a = 1 \qquad \forall a \in A \qquad (5)$$

$$y'_e \in \{0,1\} \qquad \forall e \in \breve{E} \cup \hat{E} \qquad (6)$$

$$y_s \geq 0, \text{int} \qquad \forall s \in A \cup \breve{E} \cup \hat{E} \qquad (7)$$

onde cada arco y'_a representa "a cópia original" do arco contido em A e y_a representa o número de "cópias adicionais" incluídas no grafo aumentado, desta forma, o conjunto de restrições (5) representam a necessidade de incluir pelo menos uma cópia de cada arco no grafo aumentado, as restrições (3) fornecem o total de arcos de arcos unindo quaisquer dois vértices distintos no grafo aumentado, uma vez que Ě e Ê representam conjuntos distintos de arestas que serão orientadas, um contendo cópias de arestas pertencentes à E em uma dada direção e o outro, contendo cópias das mesmas aresta, orientadas em direção oposta, então se e é uma cópia de uma aresta orientada pertencente à Ê ou à Ě, então $\tilde{e}$ é a outra cópia correspondente.

Portanto, as variáveis y'_e e $y'_{\tilde{e}}$ representam as cópias orientadas de uma aresta tomadas em cada direção, enquanto y_e e $y_{\tilde{e}}$ representam cópias orientadas adicionais da mesma aresta incluída no grafo aumentado.

O conjunto de restrições (2) representa à necessidade de que haja ao menos uma cópia de cada aresta no grafo aumentado. As restrições (4) garantem que o grau de cada vértice do grafo aumentado seja zero, uma vez que $\delta^{-}_{(v)}$ (conjunto de arcos e arestas orientados que entram em *v*) e $\delta^{+}_{(v)}$ (conjunto de arcos e arestas orientados que saem em *v*) referem-se respectivamente ao grau de entrada e saída do grafo aumentado.

Já, o problema de roteamento de veículos consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de atendimento, onde cada um deles inicia ou termina no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade do veículo que a atende, também conhecidos como Problema do Caixeiro Viajante.

Sob a ótica de otimização, os problemas de roteamento de veículos, incluindo o caso particular do Problema do Caixeiro Viajante, pertencem à categoria conhecida como NP-difícil, o que significa que possuem ordem de complexidade não polinomial. Em outras palavras, o esforço computacional para a sua resolução cresce significativamente de acordo com o tamanho do problema (dado pelo número de pontos a ser atendidos).

Formalmente, o Problema do Caixeiro Viajante é trivial. Pela enumeração de todos os roteiros obtêm-se o ótimo, entretanto, se o número de cidades aumenta de maneira rápida, o número de roteiros aumenta drasticamente. O número total de caminhos possíveis para uma rede assimétrica é $(n-1)!$, ou seja, caso $w(j,k) \neq w(k, j)$, onde $w(j,k)$ representa a distância mínima entre a cidade j e a cidade k. Quando $w(j, k) = w(k, j)$, ou seja, no caso de um grafo simétrico, o número de roteiros viáveis é $(n-1)!/2$.

O Problema do Caixeiro Viajante pode ser formulado como um problema de forma binária sobre um grafo $G = (N, A)$, como segue:

Minimizar $z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$ (8)

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, j \in N \qquad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in N \qquad (10)$$

$$\sum_{i,\,j \in S} x_{ij} \le |S| - 1 \qquad \forall\, S \subset N \qquad (11)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i, j \in N \qquad (12)$$

onde a variável binária x_{ij} assume valor igual a 1, se a aresta $(i,j) \in$ A for escolhida para integrar a solução, e 0 em caso contrário, e S é um subgrafo de G, com |S| representando o número de vértices desse subgrafo. Nessa formulação é assumido implicitamente que x_{ii} não existe e que existem n (n-1) variáveis inteiras 0 - 1 e O(2^n) restrições. O terceiro conjunto de restrições (10) determina a eliminação dos circuitos pré-hamiltonianos (subrotas).

Para cada circuito pré-hamiltoniano possível é necessário uma restrição como a apresentada, justificando-se assim o número de O(2^n) restrições.

A formulação apresentada destaca um importante aspecto do Problema do Caixeiro Viajante que é sua natureza combinatória. Pela formulação fica claro que solucionar um Problema do Caixeiro Viajante é determinar uma certa permutação legal de custo mínimo.

RESULTADOS

I. Otimização das distâncias percorridas na coleta porta-a-porta

Para elaboração desse estudo foi tomada a zona urbana do município de Marau, a partir da divisão em seis zonas distintas de coleta previamente estabelecidas pelo Departamento de Meio Ambiente do município conforme ilustra a Figura 1.

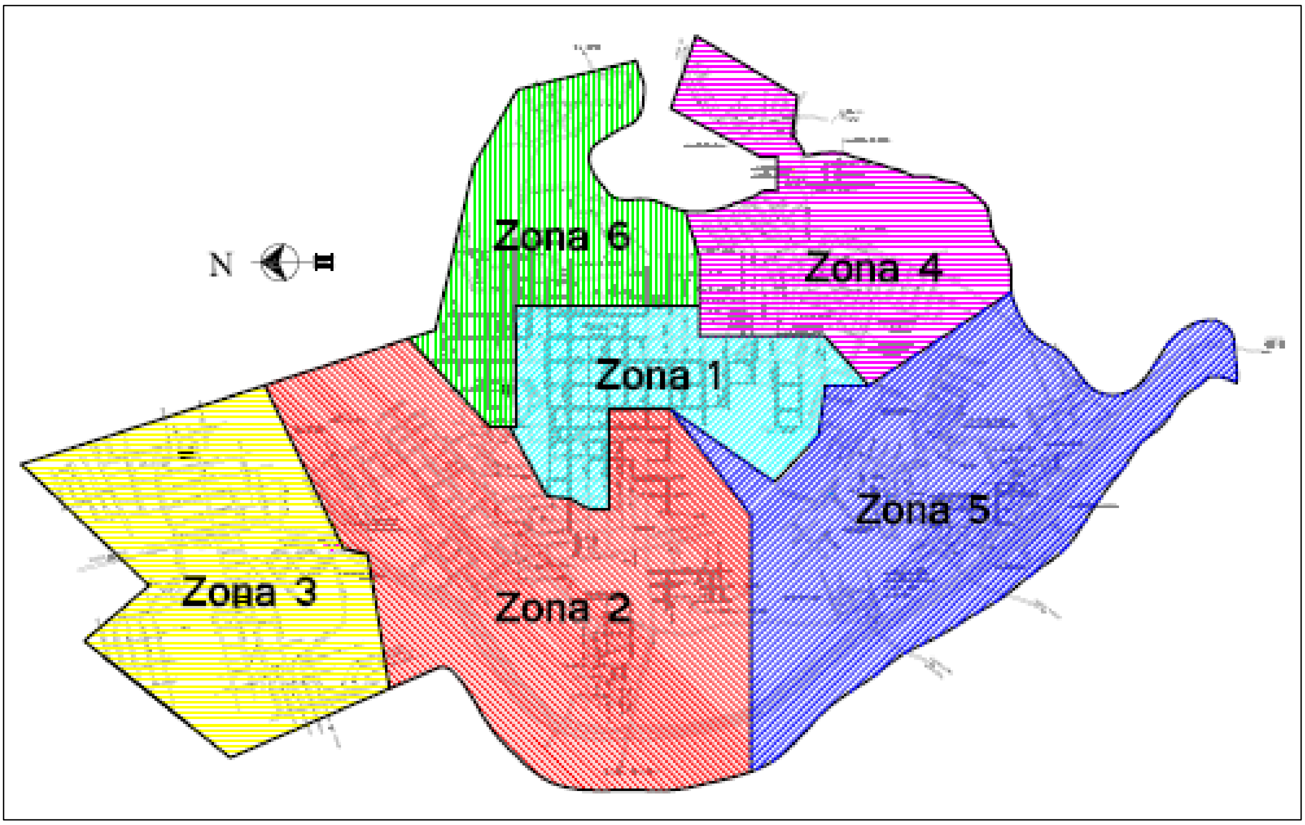

Figura 1 – Zonas de Coleta na área urbana do município

Uma vez determinadas as diferentes zonas, foram construídas as respectivas matrizes de distâncias entre todas as intersecções de vias, totalizando 1.100 intersecções no total e sobre essas matrizes de distâncias foi aplicado o algoritmo do Carteiro Chinês visando identificar a distância mínima a ser acrescida à distância total de cada zona, assegurando assim que todas as ruas sejam percorridas pelo menos uma vez durante o percurso.

As Figuras 2 a 7, representadas nas páginas a seguir, demonstram cada uma das zonas bem como seu comprimento total e a distância a ser adicionada:

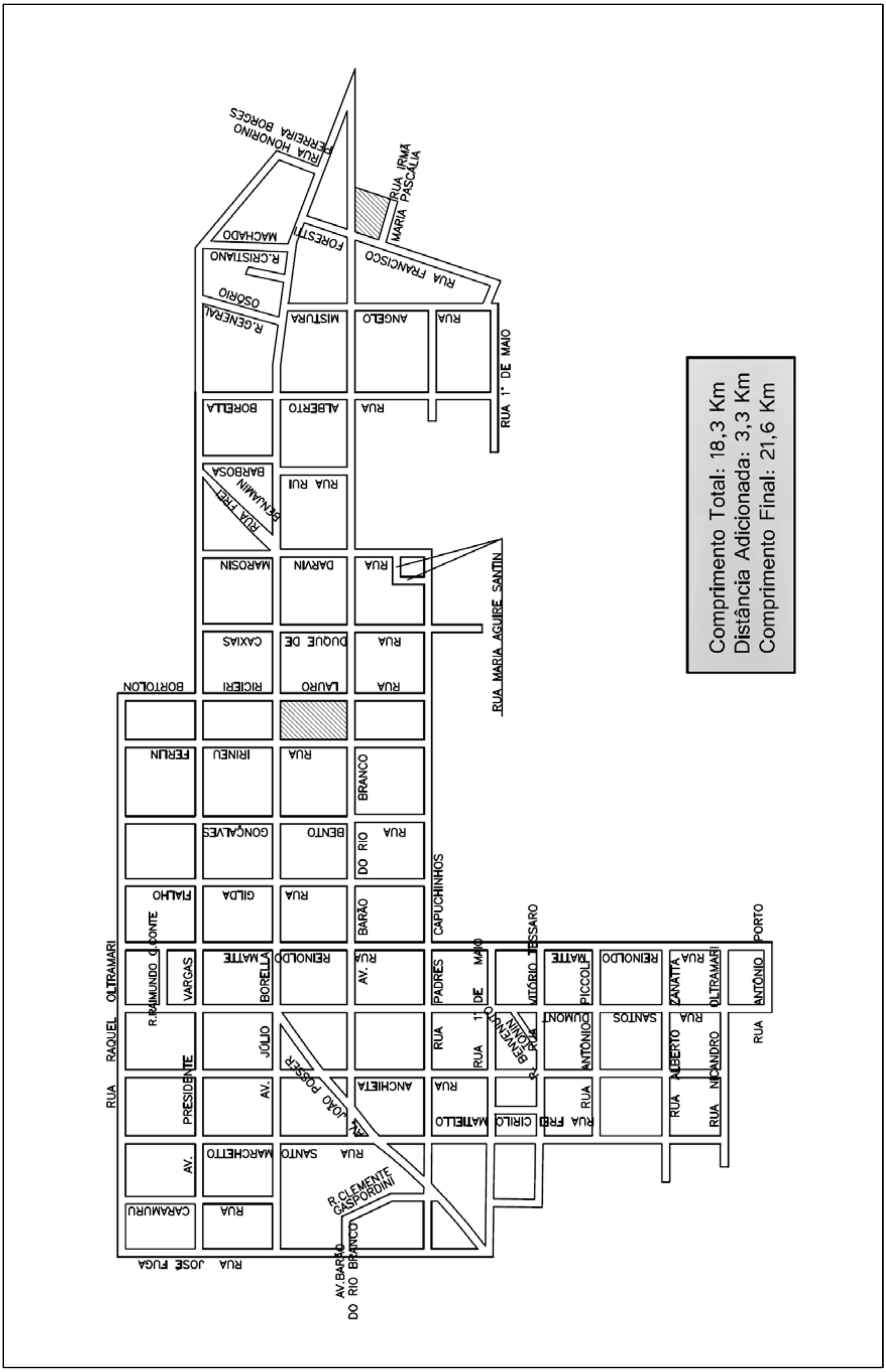

Figura 2 – Zona 1 e seus respectivos comprimentos

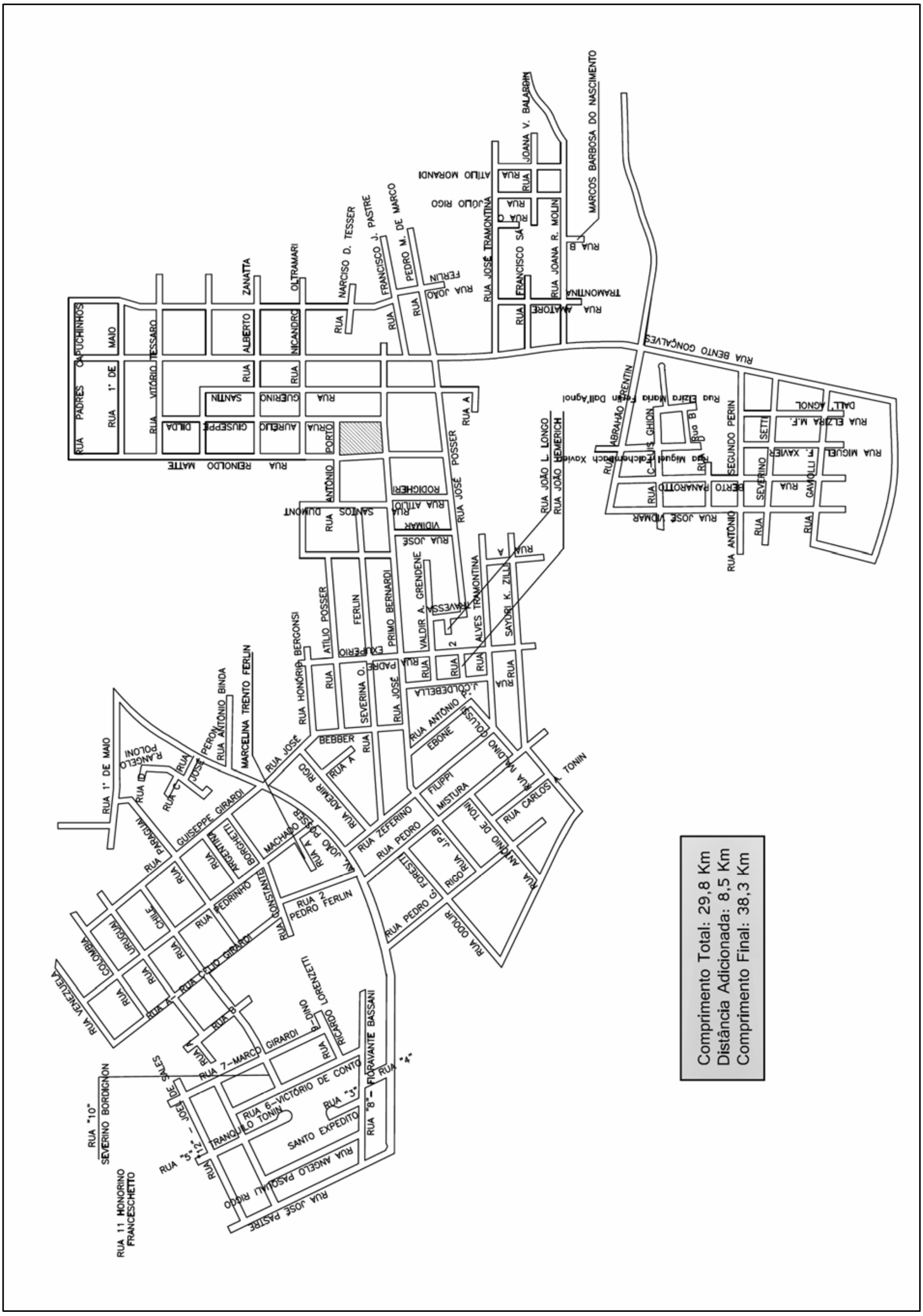

Figura 3 – Zona 2 e seus respectivos comprimentos

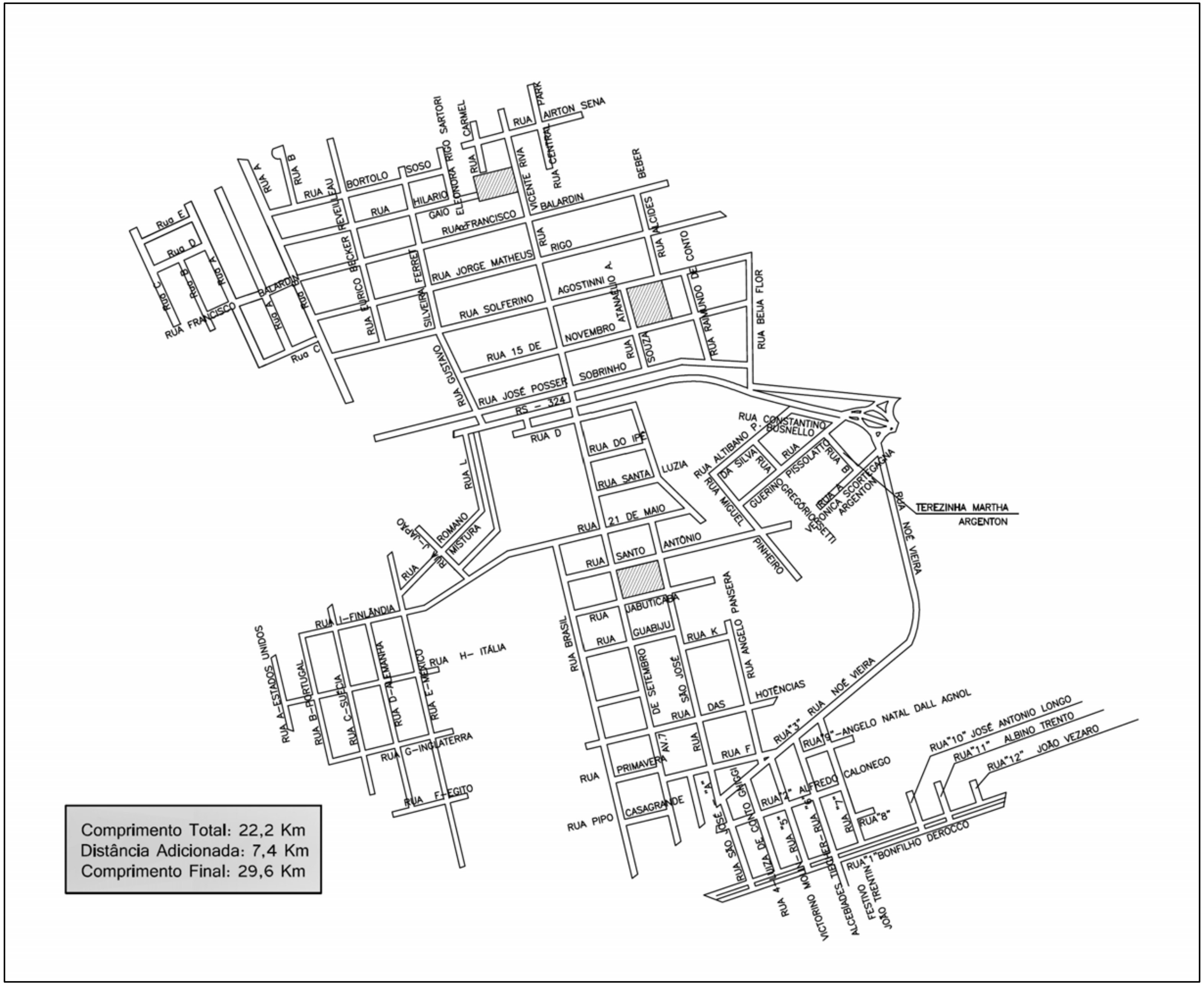

Figura 4 – Zona 3 e seus respectivos comprimentos

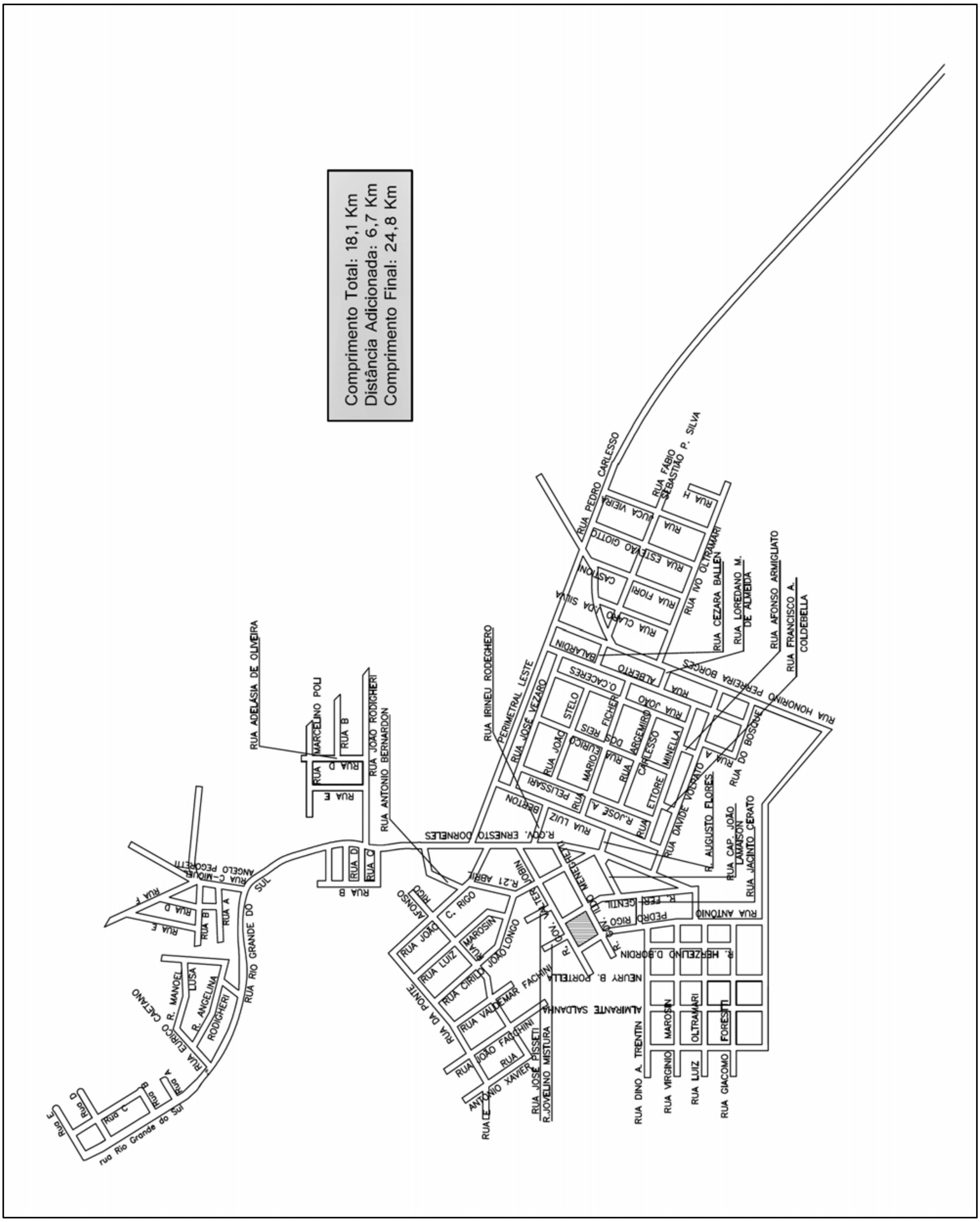

Figura 5 – Zona 4 e seus respectivos comprimentos

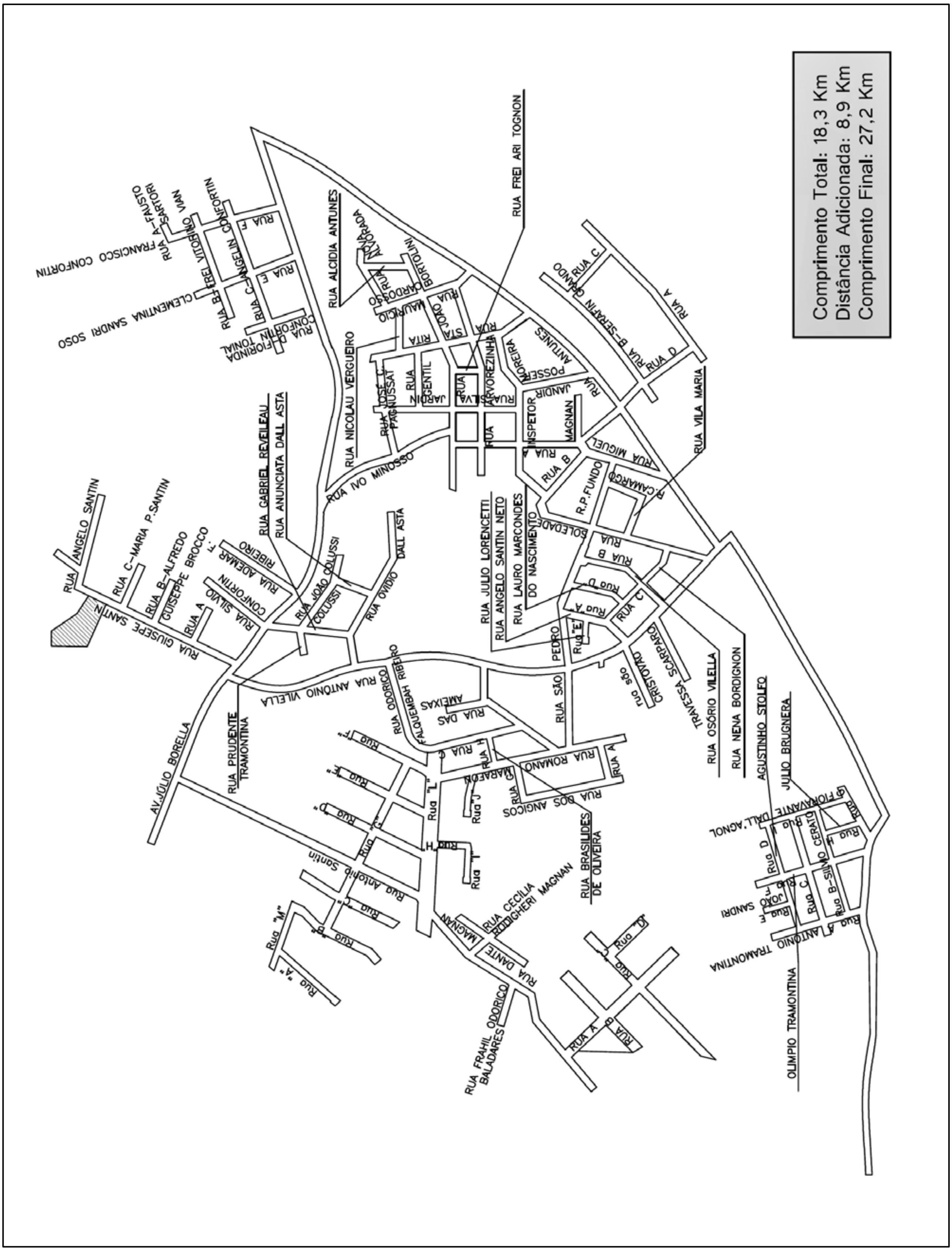

Figura 6 – Zona 5 e seus respectivos comprimentos

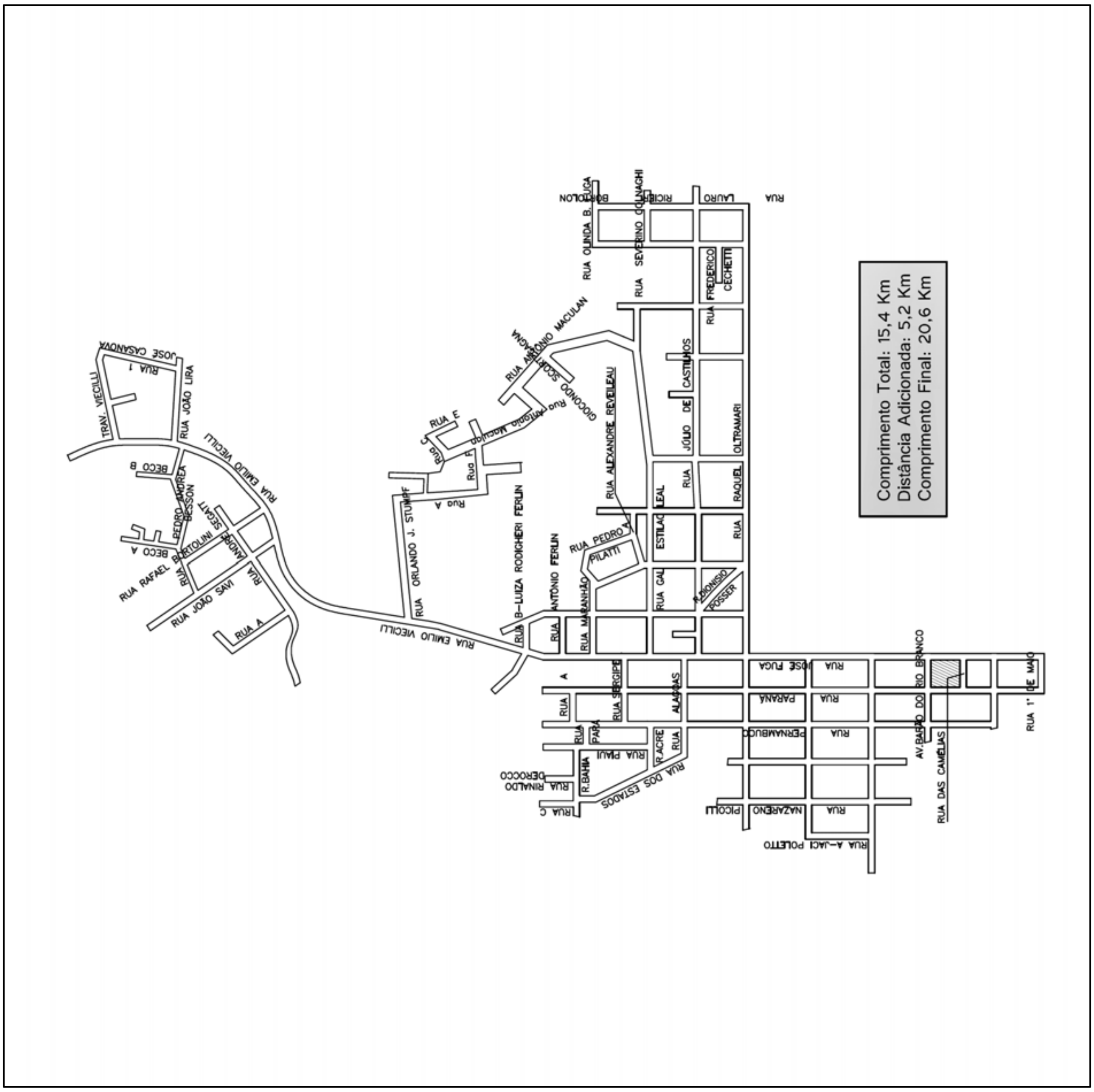

Figura 7 – Zona 6 e seus respectivos comprimentos

Os comprimentos totais de cada uma das zonas bem como suas distâncias adicionadas estão sintetizados na Tabela 1, a seguir:

Tabela 1 – Resumo das distâncias adicionadas para zona urbana

Setor	Comprimento Total	Distância Adicionada	Comprimento Final
Zona 1	18,3 Km	3,3 Km	21,6 Km
Zona 2	29,8 Km	8,5 Km	38,3 Km
Zona 3	22,2 Km	7,4 Km	29,6 Km
Zona 4	18,1 Km	6,7 Km	24,8 Km
Zona 5	18,3 Km	8,9 Km	27,2 Km
Zona 6	15,4 Km	5,2 Km	20,6 Km

II. Distâncias totais para coleta de resíduos na zona rural do município

Como conclusão para o presente estudo, foram assumidos os nove roteiros pré-estabelecidos pelo Departamento de Meio Ambiente do município para coleta de resíduos na zona rural e sobre esses roteiros foram calculadas as distâncias totais a serem cobertas pelo veiculo coletor assumindo-se que todas as rotas tem como ponto de início e fim o seu respectivo limite com a zona urbana do município, conforme descritos a seguir:

ROTEIRO 1

Tope – Três Passos – Carreta Quebrada – São João do Barroso – Cruzinhas – São Francisco

Comprimento Total: 61,6 km

ROTEIRO 2

Carrascal (início da cascata) – Escola Municipal São Vicente – Rincão da Roça – Portão – Santa Bárbara – Veado Pardo

Comprimento Total: 50,9 km

ROTEIRO 3

São João do Lamaison – São Sebastião da Vista Alegre – Nova Esperança – São José dos Tonial – São Bento – Sagrado Coração de Jesus

Comprimento Total: 37,9 km

ROTEIRO 4

Morangueira – Três Cerros – São Pedro do Jacuí – Posse Boa Vista – General Rondon

Comprimento Total: 36,6 km

ROTEIRO 5

São Miguel – São Caetano – Nossa Senhora do Carmo – São Luiz da Mortandade

Comprimento Total: 25,7 km

ROTEIRO 6

Cesteada – Entroncamento A – São Marcos da Laranjeira – São Pedro da Boa Vista – Santo Antonio da Posse – Aparecida – Santo Antonio dos Pavan – Linha Caleff – São Paulo da Cruz

Comprimento Total: 43,2 km

ROTEIRO 7

Rodeio dos Tibola – Cachoeirão – Caravaggio – São José dos Ricci

Comprimento Total: 23,2 km

ROTEIRO 8

Linha 25 – Santo Agostinho – São Brás – São Paulo do Gramado – Santo Antônio do Planalto

Comprimento Total: 26,1 km

ROTEIRO 9

Gramadinho – Santo Antonio dos Triches – (passagem pela zona urbana) - Gruta do Rio Marau

Comprimento Total: 21,6 km

Vale salientar que no cálculo dos comprimentos totais supra mencionados já estão consideradas as distancias de acesso e retorno ao limite urbano do município quando aplicáveis.